

যুক্তির বৈধতা নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সত্যশাখী পদ্ধতির মূল নিয়মগুলি আবার নীচে দেওয়া হল—

1. প্রথমে সিদ্ধান্তের নিষেধ গঠন করতে হবে। একটি বিকল্প যুক্তি তৈরি করতে হবে।
2. তারপর হেতুবাক্যগুলোকে পরপর ওপর-নীচ করে লিখে তার নীচে সিদ্ধান্তের নিষেধকে লিখতে হবে।

3. এবার এই বাক্যগুলির যে কোনো একটিকে বিশ্লেষণ করে শুরু করতে হবে।
4. বিশ্লেষণ করে সবসময়ই সংযোগিক অথবা বৈকল্পিক বাক্যে রূপান্তর করতে হবে।
5. সংযোগিক বাক্য হলে উপর-নীচ আর বৈকল্পিক বাক্য হলে পাশাপাশি শাখা করে নিতে হবে।
6. যে বাক্য বিশ্লেষণ করা হয়েছে তার বাঁ দিকে ‘✓’ চিহ্ন (Check sign) দিতে হবে।
7. কোনো Double negation থাকবে না।
8. যে শাখায় একটা স্ব-বিরোধী বাক্য আছে অর্থাৎ কোনো বাক্য ও তার নিষেধ আছে, সেই শাখাপ্রান্তের নীচে ‘✗’ চিহ্ন দিতে হবে—এর অর্থ শাখাটি বন্ধ।
9. যদি বিকল্প যুক্তির সবকটি শাখা বন্ধ থাকে, যুক্তি বৈধ, আর যদি অন্তত একটি শাখা ও খোলা থাকে, যুক্তি অবৈধ।
10. প্রত্যেকটি বাক্যের ডানপাশে অনুমানের কারণটি (Justification) লিখতে হবে।

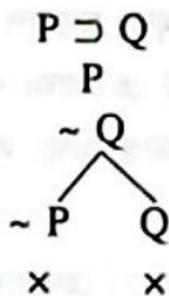
## নামকরণ

এই পদ্ধতিকে শাখী বলার কারণ এখানে যে রেখাচিত্রের সাহায্যে বৈধতা দেখানো হয় তা অনেকটা গাছের কাণ এবং তার শাখার মতো দেখতে হয়। কাণ যেমন সোজা কিছুটা ওঠে তারপর শাখাপ্রশাখা ছড়িয়ে যায়, এখানেও বচনগুলিকে সোজা কিছুটা গিয়ে তারপর শাখার মতো ছড়িয়ে যায় (উদাহরণ দেখালেই বোঝা যাবে)। কিন্তু পার্থক্য হল এই যে গাছের কাণ থাকে নীচে, শাখা থাকে ওপরে আর এখানে কাণ থাকে ওপরে, শাখাগুলো নীচে নামতে থাকে। আর সত্যশাখী নামকরণ এই কারণে যে এখানে যুক্তির বৈধতা নির্ণয়ের জন্য শাখা বা কাণে অবস্থিত বচনের সত্যতা পরীক্ষা করা হয়। সত্যশাখীর একটা উদাহরণ দেওয়া হল—

$$P \supset Q$$

$$P / \therefore Q$$

সত্যশাখী পদ্ধতির সাহায্যে এই যুক্তির বৈধতা এইভাবে নির্ণয় করা হয়—



সত্যশাখী পদ্ধতি তিনটি যোজকের ওপর নির্ভর করে 1. সংযোগিক চিহ্ন ‘এবং’ ( . ), 2. বৈকল্পিক চিহ্ন ‘অথবা’ ( v ), এবং 3. নিষেধক চিহ্ন ‘এমন নয় যে’ ( ~ )। যে কোনো যুক্তিকেই এই তিনটি যোজকের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করতে হয়। প্রথমে মূল যুক্তির একটি বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত (Counter example) গঠন করতে হয়।  $A \vee B, \sim A / \therefore B$ । এই যুক্তির বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত গঠন করতে হলে সিদ্ধান্তের আগে নিষেধ চিহ্ন (~) বসিয়ে এবং হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তকে সংযোগ (.) সম্পর্কে যুক্ত করে বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত গঠন করতে হবে। এইভাবে—

$$A \vee B$$

$$\sim A$$

$$\therefore \sim B$$

## প্রয়োগ

এখন একটি উদাহরণ দিয়ে এই পদ্ধতিটি কীভাবে প্রয়োগ করা হবে তার একটি পরিষ্কার ধারণা দেওয়া  
হল—

- ✓• 1.  $A \supset B$
- ✓• 2.  $B \supset C / \therefore A \supset C$
- ✓• 3.  $\sim (A \supset C)$  ..... 1. সিঙ্কান্ডের নিম্নের
- 4.  $\begin{array}{c} A \\ \sim C \end{array}$  ..... 3. Impl., DeM., DN
- 5.  $\begin{array}{c} \diagup \\ \sim B \\ \diagdown \\ \sim A \end{array}$  ..... 2. Impl.
- 6.  $\begin{array}{c} \diagup \\ \sim C \\ \diagdown \\ B \end{array}$  ..... 1. Impl.
- 7.  $\begin{array}{cc} \times & \times \end{array}$

**শাখার সংখ্যা কমানোর উপায় (Way of reducing the number of branches)**

এই পদ্ধতিতে একটু খেয়াল করলে বৃক্ষের শাখার সংখ্যা অর্থাৎ যুক্তির স্তরের সংখ্যা (number of the steps of the argument) কমানো যেতে পারে। আমরা দেখেছি সংযোগিক বাক্যকে ওপরন্তীচ করে  $\frac{p}{q}$  — এইভাবে আর বৈকল্পিক বচনকে শাখা করে পাশাপাশি  $p$   $q$  এইভাবে দেখিয়েছি। এখন আগেই যদি কাণ্ডের বাক্য বিশ্লেষণ করতে গিয়ে ক্রম অনুযায়ী অর্থাৎ যার পর সেই বাক্যটি আছে তারপর সেই বাক্যটি বিশ্লেষণ করি, তাহলে দেখা যাবে বৈকল্পিক বচন আগে আসাতে শাখার সংখ্যা বেড়ে যায় ফলে ছড়িয়ে পড়ে এবং যুক্তিটির রূপ জটিল আকার ধারণ করে।

সুতরাং আমাদের কাজ হবে প্রথমে যতটা সম্ভব আগে সংযোগিক বাক্যকে বিশ্লেষণ করা। ওপর  
তাহলে—নীচ এমন স্তরের সংখ্যা বেশি হবে। তারপর বৈকল্পিক বাক্যকে বিশ্লেষণ করলে মোট স্তরের  
সংখ্যা কম হবে। যুক্তির রূপটিও বেশি ছড়িয়ে পড়বে না। যেমন নীচে একই যুক্তির দুটি রূপ দেওয়া  
হল—

मूल युक्ति—

$$A \supset B$$

$$B \supset C / \therefore A \supset C$$

## সত্যশাখী পদ্মতির দুটি রূপ—

1

✓ 1.  $A \supset B$

✓ 2.  $B \supset C$

✓ 3.  $\sim(A \supset C)$  ..... সিদ্ধান্তের নিষেধ

4. A } 3 Impl. DeM., DN

5. ~ C

6. ~ A B ..... 1 Impl.

7. ~ B C ..... 2, Impl.

2

1.  $A \supset B$

2.  $B \supset C$

$$3. \sim(A \supset C)$$

সিদ্ধান্তের নিষেধ

4. ~ A B ..... 1, Impl

$$5. \quad \begin{array}{c} \diagup \\ \sim B \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ C \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagup \\ \sim B \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ C \end{array} \dots\dots 2, \text{ Impl.}$$

$$6. \begin{array}{ccc} A & A & A \\ \sim C & \sim C & \sim C \\ x & x & x \end{array} \} \dots 3, \text{Impl., DeM., DN}$$

। যখন কৃতিত্ব প্রযোজ্য নয় এবং

সত্যশাখী পদ্ধতি যে শুধু যুক্তির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য তা নয় বাক্যের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য, এই পদ্ধতির  
সাহায্যে আমরা দেখাতে পারি—

১. বাক্যের স্বতঃসত্যতা (Tautology)
২. দুটি বাক্যের মধ্যে প্রতিপত্তি সম্বন্ধ (Implication)
৩. দুটি বাক্যের মধ্যে সমার্থতার সম্বন্ধ (Equivalence)
৪. দুটি বাক্যের মধ্যে সঙ্গতি (Consistency)

## স্বতঃসত্যতা নির্ণয়

স্বতঃসত্যতা নির্ণয় করতে হলে প্রথমে সম্পূর্ণ বাক্যটিকে নিষেধ করে নিতে হবে। যদি দেখা দেয় সত্যশাখী পদ্ধতি দিয়ে বিশ্লেষণের শেষে সবকটি শাখাপথ বন্ধ হয়ে গেল তাহলে বাক্যটি স্বতঃসত্য আর যদি কোনো একটিও শাখাপথ খোলা থাকে তাহলে বাক্যটি স্বতঃসত্য নয়। যেমন :

$[A \supset (B \supset C)] \supset [(A . B) \supset C]$  — বাক্যটি কি স্বতঃসত্য?

সমাধান—

সম্পূর্ণ বাক্যটিকে নিষেধ করে পাই—

- ✓ 1.  $\sim \{[A \supset (B \supset C)] \supset [(A . B) \supset C]\}$  ..... ~ of the statement.
  - ✓ 2.  $A \supset (B \supset C)$  }
  - ✓ 3.  $\sim [(A . B) \supset C]$  }
  - ✓ 4.  $A . B$  }
  - 5.  $\sim C$  }
  - 6.      A }
  - 7.      B }
  - 8.  $\sim A$       B  $\supset C$  ..... 4.
  - 9.  $\sim B$       C ..... 2, Impl.
-

এখানে প্রত্যেকটি শাখাপথ বন্ধ অর্থাৎ বাক্যটির নিষেধে অসঙ্গতি আছে। সুতরাং মূল বাক্যটির  
নিষেধ বা বিরুদ্ধ বাক্য স্বতঃমিথ্যা। তাই মূল বাক্যটি স্বতঃসত্য।

## প্রতিপত্তি নির্ণয়

দুটি বাক্যের মধ্যে প্রতিপত্তি আছে কিনা অর্থাৎ একটি বাক্য অপরটিকে প্রতিপাদন করে কিনা তা জানতে গেল প্রথমে বাক্য দুটির মধ্যে ‘ $\supset$ ’ চিহ্ন দিয়ে একটি প্রাকল্লিক বচন গঠন করতে হবে। তারপর প্রাকল্লিক বচনটির সম্পূর্ণ নিষেধ গঠন করে সত্যশাখী পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হবে। যদি দেখা যায় সব শেষে শাখা পথগুলি বন্ধ তাহলে প্রাকল্লিক বাক্যটি সত্য অতএব প্রথম বাক্যটি বিটীয় বাক্যটিকে প্রতিপাদন করে। আর যদি অন্তত একটি শাখাপথও খোলা থাকে তাহলে প্রাকল্লিক বাক্যটি মিথ্যা এবং ।নং বচনটি ।নং বচনকে প্রতিপাদন করে না। যেমন :

$p \vee q, p \cdot q$ -কে কি প্রতিপাদন করে?

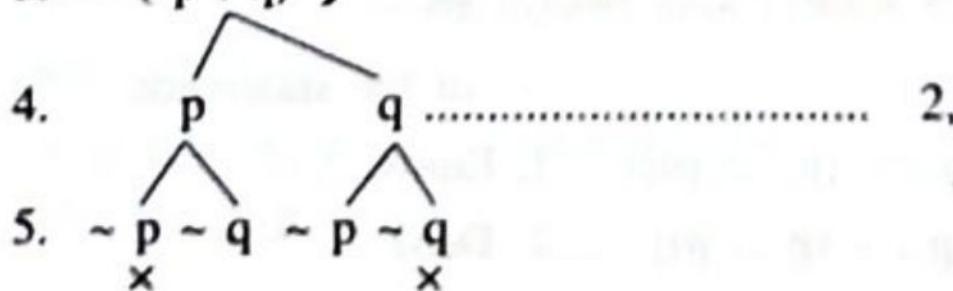
দুটি বাক্যকে ‘ $\supset$ ’ দিয়ে যুক্ত করে পাই—

$(p \vee q) \supset (p \cdot q)$ —এই প্রাকল্লিক বচনটি।

এবার বাক্যটিকে নিষেধ করে—  $\sim [(p \vee q) \supset (p \cdot q)]$

সত্যশাখী পদ্ধতি দিয়ে বিচার করে—

- ✓ 1.  $\sim [(p \vee q) \supset (p \cdot q)]$  .....  $\sim$  of the statement (বাক্যটির নিষেধ)
- ✓ 2.  $p \vee q$  } ..... 1, Impl., DeM., DN
- ✓ 3.  $\sim (p \cdot q)$  }



দেখা গেল দুটি শাখাপথ খোলা অতএব বচনটি মিথ্যা। সূতরাঃ,  $p \vee q$ ,  $p \cdot q$ -কে প্রতিপাদন করেন।

আর একটি উদাহরণ—

$\sim A$  কি  $A \supset B$ -কে প্রতিপাদন করে?

সমাধান—

বাক্যদুটি দিয়ে গঠিত প্রাকলিক বচনটি—  $\sim A \supset (A \supset B)$

প্রাকলিক বচনটির নিষেধ—  $\sim [\sim A \supset (A \supset B)]$

প্রতিপত্তি নির্ণয়—

- ✓ 1.  $\sim [\sim A \supset (A \supset B)] \dots\dots\dots\dots\dots \sim$  of the statement.
  - 2.  $\sim A$               }
  - ✓ 3.  $\sim (A \supset B)$       }
  - 4.  $A$               }
  - 5.  $\sim B$       }
- x

এখানে শাখা করার আগে কাওবাক্যেই অসঙ্গতি দেখা দিয়েছে। অতএব বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত মিথ্যা।  
সূতরাঃ মূল বাক্যটি সত্য। অর্থাৎ  $\sim A$ ,  $A \supset B$ -কে প্রতিপাদন করে।

সমার্থতা নির্ণয়

দুটি বাক্যের মধ্যে সমার্থতা নির্ণয় করতে গেলে বাক্য দুটিকে ‘≡’ চিহ্ন দিয়ে যোগ করে একটি সমার্থক বাক্য তৈরি করতে হবে এবং সম্পূর্ণ বাক্যটিতে একইভাবে নিষেধ পদ্ধতিটি প্রয়োগ করতে হবে। যদি সম্পূর্ণ বিশ্লেষণ হ্বার পর সবকটি শাখাপথ বন্ধ থাকে তাহলে সমার্থক বাক্যটি সত্য অর্থাৎ বাক্যদুটির মধ্যে সমার্থতা আছে, আর যদি শাখাপথ একটিও খোলা থাকে তাহলে বিরুদ্ধ বাক্য থাকায় সমার্থক বাক্যটি মিথ্যা অর্থাৎ বাক্যদুটির মধ্যে সমার্থতা সম্বন্ধ নেই, যেমন :

p आर p  $\supset$  p कि समार्थक?

সমাধান—

সমাধান বাক্য দুটিকে সমর্থতার ( $\equiv$ ) চিহ্ন দিয়ে ঘূর্ণ করে একটি দ্বি-প্রাকলিক বচন (bi-conditional) তৈরি করা হল, এইভাবে—

$$p \equiv (p \supset p)$$

এবার সম্পূর্ণ বাক্যটিকে নিষেধ করতে হবে—

$$\sim [p \equiv (p \supset p)]$$

এবার সত্যশাখী পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমার্থতা নির্ণয় দেখানো হল—

- ✓ 1.  $\sim [p \equiv (p \supset p)]$  ‘ $\sim$ ’ of the statement.
  - ✓ 2.  $\sim \{[p . (p \supset p)] \vee [\sim p . \sim (p \supset p)]\} \dots 1, \text{Equiv.}$
  - ✓ 3.  $\sim [p . (p \supset p)] . \sim [\sim p . \sim (p \supset p)] \dots 2, \text{DeM.}$

- ✓ 4.  $\sim [p \cdot (p \supset p)]$   
 ✓ 5.  $\sim [\sim p \cdot \sim (p \supset p)]$  } ..... 3, Impl, DeM., DN
6.  $\begin{array}{c} \sim p \\ | \\ p \end{array}$        $\begin{array}{c} \sim (p \supset p) \\ | \\ p \end{array}$  ..... 4, DeM.  
 ✓ 7.  $\begin{array}{c} p \supset p \\ | \\ \times \end{array}$        $\begin{array}{c} p \supset p \\ | \\ \times \end{array}$  ..... 5, DeM., DN
8.  $\begin{array}{c} \sim p \\ | \\ p \\ | \\ \times \end{array}$  ..... 7, Impl.

এখানে দুটি শাখাপথ খোলা। সুতরাং বিরক্ত দৃষ্টান্ত মিথ্যা অর্থাৎ মূল সমার্থক বাক্যটি সত্য নয়।  
 অতএব  $p$  এবং  $p \supset p$  সমার্থক নয়।

## সঙ্গতি নির্ণয়

যখন দুটি বাক্য একসঙ্গে সত্য হতে পারে, তখন তাদের মধ্যে সঙ্গতি আছে বলা হয় আর যদি দুটি বাক্য একসঙ্গে সত্য না হতে পারে তাহলে তাদের মধ্যে সঙ্গতি নেই বুঝতে হবে। অর্থাৎ বাক্যসমষ্টি যদি অস্তত একটি ক্ষেত্রেও একত্র সত্য হতে পারে তাহলে বাক্যসমষ্টি সঙ্গতিপূর্ণ। আর যদি কোনো ক্ষেত্রেই একত্র সত্য হতে না পারে তাহলে সঙ্গতি নেই বা অসঙ্গতিপূর্ণ।

এখন যদি বাক্যসমষ্টির সত্যশাখী গঠন করে দেখা যায় অস্তত একটি শাখাপ্রান্তও খোলা আছে তাহলেই বুঝতে হবে সেটি অস্তত একটি ক্ষেত্রে সত্য, অর্থাৎ সঙ্গতিপূর্ণ। কিন্তু যদি প্রতিটি শাখাপ্রান্তই বন্ধ হয়ে যায় তাহলে বাক্যগুলির মধ্যে সঙ্গতি নেই কারণ একটি ক্ষেত্রেও বাক্যসমষ্টি সত্য নয় যেহেতু প্রতিটি ক্ষেত্রেই স্ব-বিরোধিতাপূর্ণ হওয়ায় শাখাপ্রান্তগুলি বন্ধ।

এতএব সঙ্গতি নির্ণয় করতে গেলে সম্পূর্ণ বাক্যটিকে নিষেধ করার দরকার নেই। শুধুমাত্র বাক্যগুলিকে একত্র সংযুক্ত করে সত্যশাখী পদ্ধতি প্রয়োগ করলেই হবে। যেমন :

$p \vee q, p, q, \sim(p \vee q)$  বাক্যগুলি কি সঙ্গত?

1.  $p \vee q$
  2.  $p$
  3.  $q$
  - ✓ 4.  $\sim(p \vee q)$
  5.  $\sim p$
  6.  $\sim q$
  - ✓ 7.  $p \quad q$   
      x     x ..... 1,
- 4, DeM.

কোনো শাখাপথ খোলা নেই। অতএব বাক্যগুলির মধ্যে সঙ্গতি নেই।

আর একটি উদাহরণ—

$A \supset B, \sim A, B \vee C$ —বাক্যগুলির মধ্যে সঙ্গতি আছে কি?

- ✓ 1.  $A \supset B$